ثمرات من دوحة المعرفة



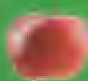
30.1.2013

ما العدد؟

بينوا ريتو



ترجمة:
عبد الهادي الإدريسي





ثمرات

من دوحة المعرفة

بينوا ريتّو

ما العدد؟

ترجمة

عبد الهادي الإدريسي

مراجعة

د. فريد الزاهي



الطبعة الأولى 1433هـ 2012م

QA141 .R5812 2012
Rittaud, Benoit.
[Qu'est-ce qu'un nombre?]
ما العدد؟ / تأليف بينوا ريتّو؛ ترجمة عبد الهادي الإدريسي؛ مراجعة فريد الزاهي- أبوظبي: هيئة أبوظبي للسياحة والثقافة، كلمة، 2012.
ص 72 : 10×16 سم.
(سلسلة ثمرات من دوحة المعرفة)
ترجمة كتاب : Qu'est-ce qu'un nombre?
تدمك: 978-9948-17-041-9
1 - الأعداد. 2 - علم الحساب.
أ-إدريسي، عبد الهادي. ب-زاهي، فريد.
يتضمن هذا الكتاب ترجمة الأصل الفرنسي:
Benoît Rittaud
Qu'est-ce qu'un nombre?
Ed. Le Pommier, 2005.



www.kalima.ae KALIMA

ص.ب: 2380 أبوظبي، الإمارات العربية المتحدة، هاتف: 451 6515 2 971+ فاكس: 127 6433 2 971+



هيئة أبوظبي للسياحة والثقافة
ABU DHABI TOURISM & CULTURE AUTHORITY

ما العدد؟

المحتويات

هل هو بالفعل سؤال غبي؟

واحد، اثنان، ثلاثة أربعة، معلمُنا ما أروعه!... مَن يصدِّق أن فكرة العدد، التي تبدو لنا من أبسط البديهيات، قد أرَّقَت بال الرياضيين طيلة أكثر من عشرين قرناً؟!

لقد تعلمنا جميعاً، عن سبيل التجربة أو بفضل تعليم صارم، كيف نتعايش مع هذه الأشياء، ونادرةٌ هي الأمثلة عن الشعوب التي لم تُطَوِّر ولو مفهوما بسيطاً مرتبطاً عن الأعداد، وحتى تلك الحالات النادرة تجد من يجادل في وجودها قائلاً إن الشعوب جميعَها كانت منذ القِدم تعرف كيف تحسب. وسبيلنا في تصَوُّرِ الأعداد وفي تصور الطريقة التي يمكننا أن نتعامل معها جمعاً وطرحاً وضرباً وقسمة، سبيلٌ يؤمِّن لنا إطاراً يبعث على الطمأنينة والثقة، طالما لم ننظر فيه عن قرب. وباختصارٍ، فالرأيُ

الشائع هو أنَّ المرءَ متى تعلم كيف يَعُدُّ وكيف ينجز «العمليات الأربع»، فقد انجلت له المسألةُ حتى لم يعد يغيب عنه من خفاياها شيء.

والحق أن الأمر أبعد ما يكون عن ذلك. وعلى سبيل المثال ما معنى قولك إن «اثنين واثنين مجموعها أربعة»؟ سيقول قائل إنك إن جمعت تفاحتين اثنتين إلى نظيرتيهما يكون مجموع ما لديك أربع تفاحات. أجل ولكن لنفرض أنك تقيم في المنزل رقم اثنين من شارع معين، وأن شخصاً آخر يقيم بالمنزل رقم اثنين من شارع آخر، فهل سيكون للجمع بين الرقمين من معنى؟ الجواب بطبيعة الحال هو النفي، لأن الجمع بين هذين الرقمين لا معنى له. وإذن فالرقم «اثنان» كما ننطقه حين نقول «رقم اثنين بالشارع الفلاني» ليس له الوضعُ التَّصَوُّري نفسه الذي يكون للرقم «اثنين» حين نتحدث عن «تفاحتين اثنتين»، والرقمان رغم كونهما يُنطَقان ويُكتبان بالطريقة

ذاتها، إلا أنهما لا يحيلان على المفهوم عينه. وإذن فالمسألة كلها تتعلق، بما وراء نتيجة عملية الجمع بين العددين، بمعرفة الشيء الذي نتحدث عنه بالضبط.

والأمر ليس بالسهل الهين، فبين الأعداد الكمية والترتيبية والمقاييس والأوزان وغيرها من الأرقام التي تعج بها حياتنا اليومية، نحن نعيش في وسط غابة حقيقية من هذه الكائنات العددية التي لا نملك عنها في غالب الأحيان التصورَ نفسَه. ويصح هذا على المعطيات اليومية التي تمطرنا بها مراكز الإحصاء واستطلاع الرأي، كما يصح على الأرقام العديدة التي تعرِّفنا (مثل أرقام الهاتف ورقم الانتظار في صفٍّ ورقم البطاقة البنكية ورقم السيارة وغير ذلك)، ناهيك عن الرقمين 1 و0، اللذين أصبحا في السنوات الأخيرة رمزاً لحضارة تزداد في كل يوم إقبالاً على استعمال الأداة المعلوماتية. حتى الكتاب الذي بين يدي القارئ الآن، لو تمعن فيه، حتى

دون النظر في النص ذاته، لوجده معرَّفاً بالعديد من الأرقام، منها الرقم 67 الذي هو رقمه في السلسلة، والرمز المخطط المرقوم على ظهره، والذي يخفي وراءه سعر البيع، والسنة 2005 التي تدل على تاريخ طبعه، والرقم الدولي ISBN الذي يحدد هوية الكتاب دوليا، علاوة بطبيعة الحال على أرقام الصفحات. وإذا تصورتَ أيها القارئ أن بالإمكان أن نجمع هذه الكائنات كلها تحت اسم «الأرقام»، فاعلم أن ذلك مثل قولك في رجل يقف داخل برج إيفل، وآخر داخل النفق تحت بحر المانش، وثالث داخل منزل جبلي ورابع داخل كوخ في حديقةٍ، إنهم جميعاً في داخل الأمكنة، بحكم أن جميع هذه الأمكنة تشترك في كونها مجوفةً يمكن أن يدخلها المرء وأن يكون في داخلها.

وضرورة الانتباه إلى الألفاظ التي نستعملها ليست شطحة من شطحات خيال الرياضيين، ذلك

أن تلك التي سميناها «أرقاماً» يُفضي استعمالها، حتى في وضعيات بسيطة، إلى مسائل لا يمكن حلها إلا باعتماد حدٍّ لا يستهان به من الدقة.

سوف نمضي مقتصرين في متاعنا على المفاهيم المعروفة عند الجميع، أي العمليات الأربع (الجمع والطرح والضرب والقسمة)، إضافة إلى مفهوم المقارنة، ثم ننطلق في رحلتنا كعشاق الطيور ننظر ها هنا وها هناك بحثاً عن الأنواع العديدة المختلفة التي نجمعها خطأً تحت اسم «الأرقام». ولعل أقل ما يقال في هذا الشأن أن في تنوُّع هذه الأنواع واختلافها ما يُدهِش ويُذهِل.

هل هو عالم من «الأرقام»؟

ثلاثة لاعبين من ممارسي لعبة الكرة المستطيلة يقفون في مستودع الملابس مولّين أعقابَهم للجمهور، وعلى ظهر كل منهم الرقمُ المألوف الذي يميز اللاعبين في رقعة الملعب، وقد خُطَّ فوقه سطر يُلغيه، وكُتب تحته رقم آخر أدنى منه. وتحت الصورة كتبت كلمة «تخفيضات» بخط عريض.

هذا الملصق الإعلاني، الذي جاءت به مؤخراً إحدى شركات صنع التجهيزات الرياضية، يكفي لإقامة الدليل على الفوضى التي يمكن أن تقوم بين المفاهيم المختلفة المجتمعة تحت تسمية الأرقام. والمفعول المضحك في الإعلان إياه واضح، إذ يقوم الأمر على كون تخفيض أرقام اللاعبين لا معنى له، على عكس تخفيض أسعار السلع. ثم إن الإعلان يُبرز فرقا جوهريا بين سعر معين ورقم معين، مفاده

أن قيمة الثاني لا أهمية لها، على عكس قيمة سابقه. وبتعبير آخر فإن الأسعار التي نجدها مكتوبة على لافتات السلع تعبِّر عن معطياتٍ موضوعية (الثمن اللازم دفعه من أجل امتلاك سلعة معينة، وهو ثمنٌ يتحدد وفْق عوامل من بينها كلْفة السلعة عند الصنع أو عند الإعداد للبيع)، وليست كذلك أرقام اللاعبين، التي لا تعدو كونَها أرقاما اختيرت بطريقة متعارف عليها، من بين الأرقام العشرة المعروفة (0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9)، التي ندعوها عادة **بالأرقام العربية**، لأن الغرب تعلم استعمالها من العرب خلال العصور الوسطى، علما أن العرب أنفسَهم أخذوا الفكرة عن الهنود فأضافوا إليها وضبطوها. وقد تُستعمَل كذلك الأرقام الرومانية I. V. X. L. C، التي تقابل على التوالي 1 و5 و10 و50 و100 من أرقامنا المعتادة.

ويلاحَظ أن لفظة «رقم» قد اكتسبت في اللغة

اليومية معاني مختلفة بعيدة كل البعد عن الفكرة الأصل التي مفادها أن الأرقام هي «حروف» من لائحة أبجدية رقمية. فنحن نقول اليوم عن البائع الناجح إنه «يحقق أرقاما جيدة»، والمقصود أرقام المعاملات، ونتحدث عن «رقم المبيعات» الذي حققته الصيغة الأخيرة من السيارة الفلانية، وعن «أرقام البطالة»، ويقول جاركم عن ابنه الموهوب، الذي سيصبح لا شك ذات يوم مهندسا ذا شأن، إنه «عاشق للأرقام». وهذه الاستعمالات كلها قد تكون مصدراً لكثير من الخلط والإبهام، لفرط ما تتعدد معانيها وتختلف شديد الاختلاف، فيما الاسمُ الذي يجمعها واحد.

والأعداد العربية العشرة تكوِّن «اللَّبنات» الأولى التي يمكن انطلاقاً منها تركيب مجموعات من الأرقام، مثل 64318763 على سبيل المثال، وهي بالفعل «كلمةٌ» حروفُها الأرقام، ولا فرق بينها من

الناحية الشكلية وبين سلاسل الحروف التي نصنع منها كلمات، اللهم إلا الفارق المتمثل في كون كل السلاسل الرقمية متاحة ومعقولة، في حين ليست سلاسل الحروف كذلك، إذ لا معنى لكلمة تتركب من السلسلة التالية «سمتكلبعنقف» على سبيل المثال (ولنلاحظْ هاهنا أن الأرقام الرومانية تخضع هي أيضاً لمنطق الحروف، فلا يمكن أن نركب منها أرقاما مثل XVX أو IIV). وما يقع هو أن هذه «الكلمات الرقمية» تسمى هي أيضاً أرقاماً، في حين أن الأصح أن نقول إن كلا منها **عدد**. ولعل لنا في الإصحاح الثالث عشر من رؤيا يوحنا المعمدان خير مثال على ذلك إذ يقول: «وأن لا يقدر أحد أن يشتري أو يبيع، إلا من له السِّمَة أو اسم الوحش أو عدد اسمه. هنا الحكمة، من له فهم فليحسب عدد الوحش، فإنه عدد إنسان، وعدده: ستمائة وستة وستون.» (XIII، 17–18). في هذا المقطع من

العهد الجديد، تكمن أهمية الرقم 666 الرمزية كلُّها في جمعه بين ثلاثةٍ من الرقم 6، لا في ما يمثله من كمية، لأننا لا نجد في أي مكان من الإنجيل إشارة إلى كون تجَمُّعٍ من 666 شخصاً سيكون ذا علاقةٍ مَّا بالشيطان.

إن أولى مزايا الأرقام أنها تتيح إعطاء أسماءٍ متميزة لمجموعة من الأشياء، وذلك بطريقة منهجية. خذ مثلاً رقم الانخراط في الضمان الاجتماعي أو رقم الهوية البنكية، فبغض النظر عن الاعتبارات الأخلاقية والأدبية التي ترى أو تحسب أنها ترى في ذلك انتقاصا من الناس أو «اختصارا للفرد الآدمي في رقم»، لم يعد أحد يرى اليوم ضيْراً في استعمال هذه الأرقام على المستوى العالمي من أجل تعريف الأشخاص وتحديد هوياتهم وباقي مظاهر وجودهم الاجتماعي. وأما الطريقة التي جرى بحسبها إعطاءُ تلك الأرقام فهي طريقةٌ متعارف عليها لا دخل فيها

للمنطق. ومن ذلك أن الرقم الأول في سلسلة أرقام بطاقة الضمان الاجتماعي هو 1 للرجال و2 للنساء، علماً أن هذا الترتيب لا يخضع لأي منطق معين، وأن من حدَّد تلك الأرقام في البدء كان بإمكانه أن يعطي الرقم 1 للنساء والرقم 2 للرجال دون أن يغير ذلك من واقع الأمر شيئاً.

ونظام الأسماء الرقمية نظام محكَمٌ يتيح التمييز بفعالية كبيرة بين أفراد ساكنةٍ معينة، أو عمارات شارع في مدينة، أو حتى بين الصفحات المختلفة بين دفتَي كتاب. فنحن نستطيع، بواسطة الأرقام العشرة وبالاستعانة بقواعد تشكيل الكلمات الرقمية عبر التسلسل، أن نركِّب ملايين عديدة من الأسماء الرقمية المختلفة المتميزة عن بعضها تميُّزاً منهجياً لا خشية معه من خلطٍ ولا من إبهام. فالأرقام الخمسة عشر التي تكوِّن رقم بطاقة الضمان تكفي وحدها، ليس لتحديد شخص معين وتمييزه عن غيرِه من

ملايين الأفراد وحسب (وهو ما لا تتيحه الحروف الخمسة عشر التي تكوِّن في المعدل اسمَ الفرد منا وشهرتَه، إذ إن التشابه في الأسماء واردٌ وكثير)، بل وتتيح كذلك معرفة جنسه وشهر ميلاده ومكان ذلك الميلاد. وإذا كان هذا لا يكفي فأضِفْ إليه أن الرقمين الأخيرين في كل سلسلة، وهو ما يعرف باسم «المفتاح»، يُستنبَطان من الأرقام الثلاثة عشر الأخرى، ومهمتهما الكشف عن الأخطاء الممكن وقوعها أثناء نقل الرقم.

هذا التقريب بين الأرقام والأعداد يفضي بنا إلى المعيار التالي الذي يفيد في تحديد طبيعة معطى معين من المعطيات الرقمية: إذا كان من الممكن أن تُستبدَل بالأرقام حروفٌ دون أن يحدث بذلك ضرر كبير، فمعنى ذلك أننا بإزاء رقم، أي بإزاء «اسم رقمي» تم اختيارُه اعتباطاً. وهذا يصح على سبيلِ المثال في حق أرقام الهاتف، التي نذكر بشأنها

حيلة قديمة عادت بعض الشركات إلى استعمالها مؤخراً، تتمثل في جعل أرقام هواتفها سهلة الحفظ عبر الاستعاضة عن الأرقام بالحروف الأبجدية التي تقابلها على لوحة أرقام الهاتف، من أجل اصطناع كلمات يسهل على الذهن حفظها. وهذا إن دل على شيء فإنما يدل على أن أرقام الهواتف لا تعدو كونها أرقاماً متعارفاً عليها، ولا تحمل أي خاصية رياضية من شأنها أن تثير الانتباه.

من البديهي أن الجمع مثلاً بين رقمين هاتفيين باعتبارهما عددين مسألةٌ لا جدوى منها، لكننا مازلنا نرى في مجتمعاتنا بقايا لما يسمى بعلم حساب الأرقام، وهو شِبهُ عِلمٍ يقوم على الجمع بين معطيات رقمية مختلفة وإخضاعها لعمليات حسابية فيها من التعقيد أكثر مما فيها من المنطق، والخروج من كل ذلك بتحليلات مزعومة عن شخصية الفرد المعني أو سلوكه أو ما جرى مجرى ذلك. ويتعلق الأمر

في الواقع بمخلفاتٍ بقيت لنا من زمنٍ غابر، أيام كان الإبهام يهيمن على الأذهان قبل ظهور الفكر الرياضي (والعلمي على وجه العموم). هذا اللعب بالأرقام، علاوة على الربح المادي الذي أتاحه ويتيحه لمن يعرفون كيف يستغلونه تجارياً، استعمله آخرون لأغراض سياسية، وخصوصاً أيام الإصلاح الذي شهدته الكنيسة، من أجل الربط، عبر الجمع بين الأرقام والحروف جمعاً فيه الكثير من التجني والاعتباط، يفضي إلى إقامة علاقة بين اسم هذه الشخصية العمومية أو تلك وبين رقم 666 المذكور في رؤيا يوحنا بوصفه اسمَ الشيطان. هكذا راح أنصار كل معسكر يتفنَّنون في ابتداع وسائل الجمع والطرح وإلحاق الكميات بالأرقام، مما يفضي إلى إقامة «البرهان» على كون اسم هذا أو ذاك من شخصيات المعسكر المعادي ليس إلا اسم الشيطان مكتوباً بطريقة خفية، وذلك في خلطٍ بين الأرقام

وبين الكميات الملحقة بها. وفي هذا السياق الذي لا جدال في كونه خاصا، لم يفكر أحد في ملاحظة أن هذه الأخيرة لا يمكن تعريفها إلا نسبةً إلى **قاعدةِ ترقيمٍ**.

إن الكمية المرتبطة بالرقم 385 مثلاً تتحدَّد بواسطة ثلاث مئات نضيف إليها ثماني عشرات ثم خمس وحدات. ونحن نقول عن نظام الترقيم عندنا إنه «عشْري» لأننا نستعمل الوحدات ثم العشرات ثم المئات أي عشرات العشرات ثم الآلاف أي عشرات عشرات العشرات، وهكذا دواليك. ولو أننا استعملنا قاعدةً اثنيْ عشرية، تعمل بالدزينة، فإن «الكلمة المرقمة» 385 ستصبح لها قيمةٌ مختلفة عن قيمتها في نظامنا العشري، إذ سيكون ساعتها مؤلفاً من خمس وحدات وثماني دزينات وثلاث دزينات من الدزينات، أي ما يقابل في حساب القاعدة العشرية 5+ $(12 \times 8) + (12 \times 12 \times 3) =$

533. ولو أننا طبقنا القاعدة الإثنى عشرية على الرقم 666 المذكور آنفاً لوجدنا أنه في حسابنا العشري يساوي 942.

هاتان القاعدتان، العشرية والإثنى عشرية، سبيلان في تمثيل الكميات، وقد استعملهما الناس على مرّ التاريخ كما استعملوا غيرهما، كالقاعدة العشرينية عند هنود أمريكا قبل المرحلة الكولومبية والقاعدة الستينية عند سكان بلاد ما بين النهرين. وأما السبب الذي جعل الناس يختارون في نهاية المطاف القاعدة العشرية ويفضلونها على ما عداها من القواعد، فيبدو أنه يعود بكل بساطة إلى كوننا لدينا عشرة أصابع، وأن هذه الأصابع العشرة تتيح لنا، متى كانت قاعدة الحساب عشرية أيضاً، أن نقوم بكل سهولة ويُسْر بعمليات حسابية تكون في بعض الأحيان على درجة من التعقيد لا يتصورها أحد. على أن طريقة الحساب بالأصابع، وهي طريقة في

منتهى الذكاء والإحكام، لم تعد لسوء الحظ مقبولةً في المدارس اليوم، إذ يرى فيها المعلمون دليلا على «الغش» وعلى كون التلميذ لم يُحسِن استظهار قاعدة الضرب.

ونظام الترقيم الذي نستعمله، «نظام الترقيم العشري الوضعي» كما يسميه أهل الاختصاص، نظام عالي الفعالية، يمكِّننا من تمثيل كميات ولو كبيرة جداً باستعمال عدد محدود من الأرقام. ونحن نستطيع أيضاً بطبيعة الحال أن نمثل، إن نحن شئنا، كميات بالغة الضخامة (مثل المسافة بين الأرض والشمس، أي 150000000 كيلومتر) أو متناهية الصغر (مثل حجم ذرة هيدروجين، أي 0,0000000529 سنتيمتر). لكن، في الحياة اليومية تكفي أربعة أرقام أو خمسة للتعبير عن الجزء الأعظم مما نحتاجه ونستعمله من أسعار وأبعاد وأوزان ومساحات وغير ذلك. وهذا من حسن الحظ،

لأن المعطيات متى كانت نَهِمَةً إلى الأرقام أصبح من الصعب قراءتها، مما يجعل الناس يستعملون لها كلمات تعبر عن الأرقام. ومن ذلك مثلاً أن كتابة المسافة بين الأرض والشمس على شكل «150 مليون كيلومتر» أسهل قراءةً ونطقاً من «150000000 كيلومتر»، وقِسْ على ذلك في كل الحالات التي تكون فيها المعطيات المرقَّمة كبيرة جداً.

بيْد أنك تجد في بعض الأحيان حالات تكون فيها صعوبة قراءة الأرقام أمراً يستغله التجار وغيرهم، ومن ذلك على سبيل المثال تلك الأغلفة التي تجدها في صندوقك البريدي تحمل طابعاً عليه «شخصي وخاص» وآخر يقول إن الطرد «مستعجل»، والتي تعلن لك أنك قد ربحت مبلغاً مالياً كبيراً (مضيفةً بخطٍّ صغير يكاد لا يُرى قائمةَ التحديدات والشروط والقيود المألوفة التي تجعلك لا تربح في نهاية المطاف شيئاً). وإذا نظرتَ في

الأرقام التي يلوحون لك بها، وأردتَ أن تعرف كم تمثل وجدتَ نفسك تائهاً أمام كمٍّ من الأصفار يجعلك تُحجم عن المحاولة. بل إنهم في بعض الأحيان، إمعاناً منهم في الاستكثار من الأصفار، يكتبون الرقم بأصغر العملات الوطنية كي يزيدوه صفرين آخرين. ونكرر القول إن الأمر هاهنا مجرد استثناء، والقاعدةُ هي كون نظامنا الرقمي نظاماً فعالاً لا غبار عليه، وبالتالي يجب أن نفهم الطبيعة العميقة لما يمثله هذا النظام.

شيءٌ من نظام

بناءً على ما سبق، ينبغي علينا، عند قراءة العدد 654 مثلاً، أن نقول: «أربعة، خمسة، ستة»، كما نقرأ أسماء بعض الهيئات التي يُستعاض عن أسمائها الطويلة بالحروف الأولى من كلماتها[1]، وذلك لأن هذا العدد ليس من المفروض أن تكون له أية بنية رياضية من مثل قولِنا «أربعة وخمسون وستمائة»، التي هي قراءة عشرية. لكننا نفضِّل أن نقرأه كذلك، تماماً كما نقول «إيدز» فنجمع بين الحروف في كلمة واحدة مفضلين ذلك على

(1) هم يقرؤون كذلك ولا نفعله نحن في اللغة العربية إذ نقرأ الكلمات التي تكون الاسم كلها، فإذا جاءنا الاسم على هيئة أحرف أولى جعلناه نحن اسما، مثل حال الإيدز مثلاً. أما المثال بالنسبة إلينا فهو الحروف التي تأتي في فواتح بعض السور في القرآن الكريم، مثل «الم»، «الر» وغيرها، التي تُقرأ واحداً بعد الآخر بأسمائها لا بصفتها المنطوقة. المترجم

نُطقِها متفرقة: «ألف، ياء، دال، زاي». ويتضح لنا صواب هذا الاختيار ووجاهته متى علمنا أن لبعض الأعداد بالفعل محتوىً يتجاوز مجرد كونها مجموعة من الأرقام. ولتبيان ذلك نفترض أنك تقيم في المبنى رقم 2 من شارع معين، وأن بائع الجرائد يوجد في الرقم 12 وبائع الخبز في الرقم 16 من الشارع نفسه. حينها سنقول إن دكان بائع الجرائد يوجد «بينك» و«بين» بائع الخبز. معلوم أن الأرقام 2 و12 و16 لا تحمل في حد ذاتها أي معنى، وكل منها بمثابة القوْقعة الفارغة، لكن المقارنة بينها تفضي بنا إلى معنى، إذ إن الرقم 2 يقع «قبل» الرقم 12 الذي يقع بدوره «قبل» الرقم 16، تماماً كالترتيب الأبجدي الذي يجعلنا نقول إن اسم روسيا يتقدم على اسم فرنسا على سبيل المثال، وأن اسم هذه يتقدم على اسم الولايات المتحدة، بحكم أن راء روسيا تتقدم في الترتيب الأبجدي على فاء فرنسا، التي تتقدم

بدورها على واو الولايات المتحدة.

حين نعطي الأشياء أرقاماً، لنميز بعضها عن بعض فحسب بل أيضاً لنعطيها ترتيباً معيناً، فإن الأرقام التي نعطيها إياها تكون عندئذ أرقاما **ترتيبية**. وهذه الحال تنطبق على الآلاف من الأمثلة حولنا، لعل أقربها إلينا الآن صفحات هذه الثمرة التي بين يديك. فإذا أنت أردت البحث بين دفتي كتاب معين عن كلمة أو جملة توجد في الصفحة 254 على سبيل المثال، فإنك لن تبدأ في عَدِّ الصفحات واحدة بعد أخرى حتى تصل إلى بغيتك، بل ستفتح الكتاب في منتصفه أو أدنى أو أكثر حسب مجموع صفحاته، ثم ستنظر في الصفحة التي وقعتَ فيها، وانطلاقاً منها ستتقدم قليلاً إلى الأمام أو ترجع إلى الوراء. وأنت حين تفعل ذلك تستفيد من إحدى خصائص نظام الترقيم، وأعني بِنيَته **المنظمة**. نعم إن ترتيب الأرقام في حد ذاته أمر اعتباطيٌّ متعارف

عليه، مثله في ذلك مثل ترتيب الحروف، لكن هذا الترتيب على اعتباطيته يُسدي إلينا خدمة كبيرة إذ يتيح اختصار عدد كبير من المراحل التي كنا لولاه سنكون مجبرين على قطعها من أجل تحديد مكان عنصر معين وسط لائحة طويلة من أمثاله. والمعطيات الإحصائية تقول إنك لو شئت البحث عن كلمة في معجمٍ غيرِ مرتَّبٍ عددُ صفحاتِه ألفُ صفحةٍ على سبيل المثال، سيلزمك في المعدل أن تتصفح جيداً نصف عدد صفحاته. ويكفي أن يأخذ المرء بين يديه معجماً ولو من الحجم الصغير ليتبيَّنَ له أن ذلك من شأنه أن يجعل المعجمَ في نهاية المطاف غير صالحٍ لشيء. هذا الترتيب الذي يدعوه الرياضيون ومعهم المعجميون «الترتيب المعجمي» (والذي لا يختلف في الواقع عن الترتيب الذي يتيح لنا، باستبدال الأرقام بالحروف، أن نقول إن 25 أصغر من 397 وأكبر من 17) يمكِّننا من ربح الكثير من

الوقت. وهذه الملاحظة على بديهيتها ترتبط ارتباطاً وثيقاً بواحدة من المسائل الأساس في الإعلاميات المعاصرة، هي مسألة بِنية المعطيات. فالطريقة التي نتمكّن عبرها من العثور سريعاً على كلمةٍ معينة في المعجم تُدعى طريقة «الثنائيات»، وتتمثل في البدء بتحديد كلمتين في المعجم، أولاهما «قبل» الكلمة المطلوبة والثانية «بعدها»، ثم البحث عن كلمةٍ توجد في «منتصف الطريق» بينهما، والتساؤل حين نجد هذه الكلمة عما إذا كانت تجيء قبل أو بعد كلمتنا. هذه العملية تمكّننا من أن نختصر، منذ البداية، إلى نصف عدد الكلمات التي كان ينبغي لولا ذلك أن نتعامل معها. ورغم أننا في الواقع نستعمل طريقة أكثر ملاءمة (إذ إننا عند البحث عن كلمة تبدأ بحرف الياء مثلاً لن نفتح المعجم عند منتصفه بل سنذهب مباشرة إلى الصفحات الأخيرة منه، مما يزيد من اختصار الوقت كثيراً)،

إلا أن الفكرة تبقى دائماً هي نفسها، وتتمثل في «محاصرة» الكلمة المطلوبة من الجانبين، ثم تضييق الحصار عليها تدريجيا. لكن، إذا كانت طريقة الثنائيات فعالة فبفضل الطريقة التي تترتب حسبَها الكلمات في المعجم، وبمعنى آخر فإن فعالية الطريقة رهينة ببنية المعطيات. ولتبيان فائدة الترتيب، يكفي أن نذكر أن عملية البحث عن كلمة في معجم عادي من 250 ألف كلمة تجري عبْرَ ثمانية مراحل بفضل طريقة الثنائيات، في حين تستدعي العملية نفسها 125 ألف مرحلة لإيجاد كلمة في معجمٍ من الحجم نفسه ليست له بنية المعطيات هذه.

حين نتعامل مع نظام من الأرقام يتمتع بهذه البنية المنظمة نقول إننا أمام نظام عددي **ترقيمي** أو **ترتيبي**، بحيث إن قولك أولٌ وثانٍ وثالث هو ترتيبٌ، يقابله الترقيم الذي هو واحدٌ واثنانِ وثلاثةٌ. والأول يعبر عن ترتيب، فيما يعبر الثاني عن كمية من العناصر،

بمعنى أنك ستجد، بين العنصر الموجود في الصف السابع مثلاً ونظيره الموجود في الصف العشرين، اثني عشر عنصراً بالضبط. وكذلك فإن الفصل III من مسرحية معينة هو أيضاً ثالثُ فصولِها من حيث الترتيب.

عند استبدال الحروف بالأرقام كما ذكرنا آنفاً، لا يكون للعملية معنىً من حيث الترتيبُ الرقمي إلا متى نحن احتفظنا بالترتيب الأبجدي الذي تنتظم بحسبه الحروف. وهذا هو شأن نظام التنقيط المدرسي الذي لم يعد مُستعملا في فرنسا بينما تستعمله دول أخرى، والقائم على إعطاء التلاميذ عوض النقط حروفاً، بحيث يكون الحرف «أ» موازياً لنقطة «ممتاز» التي تعني 20/20، والحرف «ب» موازياً لنقطة «حسن» التي تعني 20/16، والحرف «ج» موازيا لنقطة «مستحسن» التي تعني 20/12 وهكذا دواليك. والعلاقة بين الحروف

و«الأرقام» ها هنا علاقة ترتيبية، بحيث كلما كانت النقطة أعلى كان ترتيبها أقرب إلى بداية الحروف في الترتيب الأبجدي. ولا شك أن السبب الرئيس الذي دفع أهل التربية إلى التخلي عن هذا النظام هو أنه لم يعد كافياً لتلبية حاجات التقويم، وخصوصاً المدرسي منه، حيث تكون الحاجة ماسةً إلى إجراء عملياتٍ على النقط، لعل أشهرها عملية حساب المعدلات. هذا النوع من العمليات يستدعي اللجوء إلى مفهومٍ آخرَ مطاطٍ بعض الشيء، هو مفهوم **الأعداد الكمية grandeurs**، الذي يحمل معه وجهاً آخر غنياً من وجوه علم الرياضيات.

أخماس في أسداس

أسعارٌ وقياسات، ملابس، وكيلوغرامات من البطاطس، ولتْرات من الوقود، وفترات زمنية... هذه كلها مناسبات يومية نجد فيها أنفسنا في مواجهة معطيات عددية ليست مجرد أرقام فارغة من المحتوى. وسواء أعبَّرنا عن هذه المعطيات بالجنيهات أم بالسنتيمترات أم بالكيلوغرامات أم باللترات أم بالساعات، فإنها تشترك جميعها في كونها تمتلك جانباً كمياً يتجاوز مجرد البنية المنظمة التي تكلمنا في شأنها آنفاً، لذلك نقول إنها **أعداد كمية**.

إن الفارق الأساس بين «اثنين» في قولك «اثنين كيلو بطاطس» و«اثنين» في قولك «رقم اثنين بالشارع الفلاني» يتمثل في كون الأول يمكن أن يضاف إليه مثيله، أي أننا نستطيع أن نضيف إلى

الكيلوغرامين من البطاطس كيلوغرامين آخرين لنحصل على أربعة كيلوغرامات، في حين لا معنى لإضافة رقم اثنين في الشارع الفلاني إلى نظيره رقم اثنين في شارع آخر.

إن قضية إضافة الأعداد الكمية إلى بعضها تبدو لأول وهلة أمراً سهلاً يسيراً، وهي بالفعل كذلك في العديد من الحالات. والقاعدة الأساس تفيد بإمكان إضافة الأعداد الكمية بعضها إلى بعض حين تكون من طبيعة واحدة، إذ نضيف كمية معينة من الجزر إلى كمية أخرى منه، لكن من المعلوم أن خلط اللفت بالجزر يعد غشاً وعملاً غير مشروع. ولوضع حدٍّ لكل التباس، جرت العادة على ربط الأعداد الكمية بما يعرف باسم وحدات القياس، التي من بين مهامها تحديد الوحدات التي يمكن إضافتها إليها، حيث تضاف السنتمترات إلى مثيلتها والدقائق إلى نظيراتها وهكذا دواليك. والأعداد الكمية من طبيعة واحدة

يجمعها اسمٌ عامٌّ، من طولٍ أو زمن أو مال أو غيره (والوقت ها هنا وقتٌ وليس سيفاً كما يدّعي المثل الشهير). وكل واحدة من هذه المجموعات تحدد طائفةً من الأعداد الكمية التي هناك معنى لإضافة بعضها إلى بعض. ولنلاحظ بهذا الصدد أن الزمن يجري التعبير عنه بوحدتين مختلفتين هما الساعة والدقيقة، وأن 2 + 3 مثلاً لا تعطينا 5 في مجال الزمن إلا متى كان الرقمان بالساعات معاً أو بالدقائق معا. أما إذا كان الأول بالساعات والثاني بالدقائق فإن الحاصل سيكون ساعتين و... ثلاث دقائق، بمعنى أن الجمع بينهما ممكن ولكنه لا يعطينا 5 التي نحصل عليها حين تكون الوحدةُ المستعمَلة واحدة.

عندما يجري تحديد الوحدة الحسابية بصفة نهائية للكميات المراد التعامل معها جميعاً، لا يكون هناك مانع من إضافة بعضها إلى بعض، فنضيف عندها ساعتين إلى ثلاثٍ لنحصل على خَمس. هذا الجمع

بين الأزمان يُعرف باسم **قانون التركيب الداخلي**، وهو قانون يتيح لنا، انطلاقاً من زمنين اثنين (هما ساعتان وثلاث ساعات في مثالنا)، الحصول على زمن ثالث (خمس ساعات) يمكننا استعماله هو أيضاً في عمليات جمعٍ وطرحٍ مع غيره من الأزمان. وإذا أراد القارئ أن يظهر بمظهر العالِم العلامة أمام أصدقائه في سهرة فما عليه سوى أن يضيف قائلاً إن الاسم الذي يُعرف به الزمن المتحصل من مثل هذه العمليات التي تجمع بين الأزمان بفضل قانون التركيب الداخلي هو «المركَّب الإضافي وحيد الشكل» monoïde additif[2].

من المشاكل التي تطرحها وحداتُ القياس أنها تكون أحياناً مرتبطةً بالسياق الذي تأتي فيه،

(2) مركَّبٌ لأن زمنين اثنين دخلا في تركيبه، وإضافي لأننا حصلنا عليه عن سبيل إضافة زمن إلى زمن، ووحيد الشكل لأنه النتيجة الوحيدة للجمع بين اثنين وثلاثة. المترجم

ومن ذلك مثلاً أنك إذا كانت لديك جزرتان وثلاث لفتات فلا معنى لأن تجمع 2 إلى 3 هاهنا، لأن الوحدة الحسابية «جزرة» ليست هي الوحدة الحسابية «لفتة». لكن بإمكاننا أن نجمع الاثنتين تحت مسمى واحد هو مسمى «الخُضر»، وحينها يمكننا أن نجمعها معاً ويكون هناك معنى لقولك 2 زائد 3. وعلى العكس من ذلك فإن عددين كمّيين معبَّر عنهما بالوحدة الحسابية ذاتها قد يكون من الصعب إضافة أحدهما إلى الآخر، ومن ذلك أن يكون لديك عشرون سنتيمترا من خيط كهربائي وعشرة سنتيمترات من الثوب، إذ لا تفضي إلى شيء إذا أنت أضفت أحدهما إلى الآخر.

هناك مشكلة أخرى تتمثل في أن بعض الأعداد الكمية لا يكون لإضافة بعضها إلى بعضٍ معنىً رغم أنها من الطبيعة ذاتها ومُعَبَّرٌ عنها بالوحدات نفسها. ومن ذلك أنك إذا جعلت في إناءٍ لتراً من

الماء درجةُ حرارته أربعون مئوية، وأضفت إليه لتراً آخر درجة حرارته عشرون مئوية، فإنك ستحصل على لترين اثنين من الماء، لكن درجة حرارتهما لن تكون ستين درجة، أي مجموع الدرجتين. والسبب هو أن قانون التركيب الداخلي الذي تخضع له درجات الحرارة ليس كسابقه في حساب الأزمان، بل هو يقوم على المعدل بين درجتَي الحرارة، بمعنى أن الحاصل هاهنا سيكون هو 30 درجة. وهناك وحدات أخرى يصعب التعامل معها بأكثر من ذلك، منها على سبيل المثال وحدة قياس الصوت (الدِّسيبل) وكذا وحدات سلم ريختر لقياس الزلازل. وباختصارٍ فإذا كانت إمكانيةُ إضافةِ الوحدات الكمية إلى بعضها (أو إضافة وحدة كمية واحدة إلى نفسها متى لم يتوفر غيرُها) طريقةً سهلة لتمييزها عن الأرقام التي لا تحمل معنى، فإن الحذر يبقى واجباً عند التعامل معها.

أما إذا ما نحن نظرنا في عملية الضرب فإن المسائل تتعقد منذ البداية. لنضعْ ثلاث جزرات على يميننا وأربعاً على الشمال. إن عملية الجمع لا تطرح أي مشكل، بما أننا إذا شئنا الجمع بين الجزرات فسنضعها جميعها معاً لنحصل على سبعٍ منها. هذا لا مشكل معه، لكن ما معنى 4x3؟ هناك منظور تقليدي يرى في مثل هذه العمليات مجموعةً من عمليات الجمع، بمعنى أن هذه العملية تُقرأ كأنها مجموع الرقم 3 أربع مراتٍ، أي (3+3+3+3). ومعنى ذلك أن 4 مرات 3 جزرات تعني ثلاثَ جزرات ثم ثلاثاً أخرى ثم ثلاثاً ثم ثلاثاً، وهو ما مجموعه 12 جزرة. الأمر يبدو بسيطا مغرقاً في البساطة... حتى نتساءل ما معنى 3x4، فنقول بناءً على ما سبق إن ذلك يعني 3 مرات 4، أي (4+4+4). ولا أشك أن القارئ قد لاحظ أننا سواءً قلنا 3 مرات 4 أو 4 مرات 3 فإن هذا يفضي بنا في الحالين إلى النتيجة

نفسها، أي 12. تلك خاصية من خواص عملية الضرب يسمونها **خاصية التبادلية** commutativité وهي لا تطرح أي مشكلةٍ... نظرياً... ذلك أننا إذا ما انتقلنا إلى المستوى العملي سنجد سريعاً أن قولك 3x4 وقولك 4x3 ليس لهما المعنى نفسه. ومثالاً على ذلك أننا حين نتحدث في مجال ألعاب القُوى عن «سباق التناوب 4x400»، فإننا نقصد سباقاً يتناوب فيه أربعة عدائين يجري كل منهم 400 متر، لكنك لو قلت «سباق 400x4»، فسيكون معنى قولك إنك تتحدث عن سباقٍ يتناوب فيه أربعمائة عداء على قطع مسافة أربعة أمتار لكل واحد! وإذن فالنظر إلى عملية الضرب بصفتها سلسلةً من عمليات الجمع يجعل من المتعذر علينا أن نكتب بكل اطمئنان أن 3x4 = 4x3 متى تعلق الأمر بالأعداد الكمية، وسنعود في الفصل القادم لنتطرق إلى هذه النقطة.

ما الإطار الذي ينبغي اعتباره إذا ما نحن أردنا،

تحقيقاً لرغبة لا جدال في مشروعيتها، أن يكون للعمليتين 3x4 و4x3 النتيجة ذاتها فحسب بل وكذلك المعنى نفسه؟ لقد كان اليونان في ما يبدو أول من انتبه إلى هذا النوع من المشاكل وحاولَ علاجَه، فكان الحلُّ عندهم أن اعتبروا أن ضرب 3 في 4 يعني القيام بقياس مساحةِ مستطيلٍ طولُه 4 وعرضه 3، وهي طريقة ذكية من بين مزاياها العديدة أنها تحسم مسألة التبادلية في عملية الضرب، إذ يكفي أن نجعل المستطيل يدور ربع دورة حول نفسه لكي نحصل على آخر عرضه كطول الآخر وطوله كعرضه، بمعنى أن الجانب الذي كان طوله 3 أصبح طوله 4 والعكس بالعكس.

بهذه الطريقة في النظر إلى عملية الضرب لا تبقى هناك مشكلة مع مسألة التبادلية، بل يوشك المرء أن يقول إن المشاكل كلها قد حُسِمت وحُلَّت، وكيف لا وإرجاع كل العمليات الاعتيادية إلى أشكال

هندسية أمرٌ يجعل من العين بمعنى من المعاني حَكَما يحسم في شان اتِّساق النظام من عدمه. والعدد الكمي 4 سيصبح بناءً على ذلك قطعةً من مستقيمٍ طولُها أربع وحدات (وهي وحدات ثابتة لا تتغير)، والجمع سيكون بالتالي بمثابة وضع عدد معين من القطع طرفاً إلى طرف، والطرح يعني طرح قطعة صغيرة من أخرى أكبر منها، أما الضرب فهو كما رأينا قياس مساحة مستطيل. الأمر كما نرى بسيطٌ لا أبسطَ منه ولا أيسر.

بيد أن هذا الأفق الواضح لا يلبث لسوء الحظ أن تتلبدَ فيه نذائرُ الغموض والإبهام من جديد. فكيف نفهم على هذا الأساس التعبير الرياضي التالي: 2 + (3x4)؟ إذا تأوَّلنا حساب 3x4 بصفته قياساً لمساحة، فإن إضافة القيمة 2 هنا لا يمكن أن يكون لها أي معنى إلا متى اعتبرنا هذه القيمة بمثابة مساحة هي أيضاً. ليكنْ، ولكن ماذا تساوي حصيلة 2x3x4؟

إنها على هذا الأساس طولٌ وعرضٌ وارتفاع، أي أننا بقليل من الخيال نستطيع أن نقدم جواباً شافياً على شكلٍ مضلَّع كقطعة الآجر مثلاً، أبعاده 2 و3 و4. حللْنا الإشكال إذن، لكن عبر مزيد من التعقيد الهندسي، إذ لا مفر هاهنا من اللجوء إلى استعمال الفضاء بأبعاده الثلاثة. بيد أن هذا «الترقيع» سريعاً ما يكشف لنا أنه لا يكفي طويلاً لإخفاء عيوب النظام. وأول هذه العيوب هو التالي: ما المعنى الذي يمكن أن نعطيه، بناء على ما سبق، للعملية التالية: 2x3x4x5؟ إذا نحن شئنا أن نبقى في انسجام مع ما قلناه، فلا مناص من أن نتصور فضاءً ذا أربعة أبعاد، من أجل بناء « قطعة آجر فائقة» أبعادُها 2 و3 و4 و5، بحيث يكون «حجمها الفائق» هو حصيلة ضرب 2 في 3 في 4 في 5. يبدو الأمر مغرقاً بعض الشيء في التعقيد قياساً إلى سلسلةٍ من ثلاث عملياتٍ من الضرب لا تتميز بأي صعوبة في التصور. لم يقتحم اليونانيون

هذا المرْقى الصعب، وتَعَيَّنَ انتظار القرن التاسع عشر كي تغامر مجموعةٌ من الرواد باستكشاف البعد الرابع (بل وأبعاداً أخرى أكبر)، وذلك في زمنٍ كان الناس فيه قد تخلوا منذ عهد بعيد عن هذا المنظور الهندسي للعمليات الحسابية. غير أن المرء لا يحتاج إلى بُعدٍ رابع كي يقف على نقاط ضعف النظام، بل يكفي أن ننظر من أجل ذلك في مثل هذا المقطع من العمليات: 2 + (3x4x5) + (6x7). فحاصل عملية الضرب (3x4x5) لا يمكن أن يُتأوَّل إلا بحسبانه قطعة آجرٍ أبعادُها هي 3 و3 و5، وبما أننا نضيف إليها القيمة 2، فلا يمكن لهذه الأخيرة إلا أن تُتَأَوَّلَ باعتبارها هي أيضاً حجماً مثل قطعة آجر. ليكنْ. لكن ما القول في (6x7)؟ لا شك أنه ينبغي تأويلها هي أيضاً بحسبانها حجماً، بينما هي تبدو مساحةً للناظر إليها لأول وهلة، وهو ما لا يتأتّى إلا إذا تصورنا أن 6 تعبر عن مساحة و7 عن طول، أو

العكس بالعكس...

والحق أن في ذلك ما كان من المفروض أن يكفي، فعملية الضرب عمليةٌ مرنة إلى حد بعيد، تتيح ما لا تتيحه عملية الجمع من ربطٍ بين أعدادٍ كميةٍ من طبائعَ مختلفةٍ (كأن تضرب مساحةً في طولٍ مثلاً، فتفضي إلى حجم). بيد أن لهذه المرونة ثمناً، ذلك أنك إذا ضربت عدداً كمياً معبَّراً عنه بالوحدة البصْرِية على سبيل المثال في عدد كمي معبر عنه بالوحدة الكوفية، فإن الأمر يفضي بك إلى عدد كمي معبر عنه بالوحدة البصرية–الكوفية. وبذلك فإن المنظور اليوناني، الذي جعل من ضربك 3 في 4 كضربك طولاً بأربع وحدات في عرض بثلاثٍ، يفضي بك إلى اثني عشر متراً مربعاً إذا كانت الوحدة المستعملة في الطول هي المتر. ومعنى ذلك أن الوحدة التي أفضى بك إليها الحساب ليست هي التي انطلقتَ منها في البداية، وهو ما يجعل

من عملية الضرب **قانونَ تركيب** غير داخلي، ولذلك يقولون إنه **خارجي**. هذه الوحدة الجديدة التي تدخل على الخط أثناء الحساب لا تدع الأعداد الكمية تبقى «في ما بينها» على توالي العمليات، مما يقتضي الكثير من التصنُّع ويتطلب الكثير من الانتباه حتى لا يفضي حسابٌ معقد (وغير مضبوط جيداً) إلى حالات من عدم الانسجام بين الوحدات (كأن تجد نفسك في نهاية المطاف، عقب سلسلة من عمليات الجمع والضرب، وقد جمعت لفْتاً إلى جزر).

أما قسمة الأعداد الكمية بعضاً على بعض فلها نقط تَشابُه عديدة مع الضرب، وهنا أيضاً فإنك متى قسمت بصْرياً على كوفيٍّ حصلت على نتيجة بالكوفي/البصري. وأقرب مثال في ذلك هو مثال قياس السرعة، حيث يقسمون عدد الكيلومترات على عدد الساعات مثلاً فيقولون عن السرعة إنها كذا كيلومتر/ساعة، ولنا أمثلة أخر في حساب عدد

مستعملي وسيلة من وسائل النقل العمومي في كل يوم، أو عدد السكان في الكيلومتر المربع في بلد معين، أو معدل ما يصرفه زبون معين في محل تجاري أو غير ذلك.

لكن هاك مثالاً يطرح مشكلة معقدة، وأقصد الساعات الخمس والثلاثين التي يتحدثون عن جعلها نصاباً قانونياً للعمل الأسبوعي في فرنسا. هو إذن زمن مقسوم على زمن، ساعات مقسومة على أسبوع، وبالتالي فهل يحق لنا، من وجهة النظر الرياضية، أن نقول إنها «خمس وثلاثون ساعة»؟ قبل الإجابة على هذا السؤال سيتعيَّن علينا أن نعرِّج على مفهوم رياضي آخر من شأنه أن يعيننا على فهم الأمر فهماً أمثل.

الرموز الرياضية الخارجية

إذا كنت وأنت تقرأ السطور الماضية قد حدثتَ نفسك بأن أهل الرياضيات مغرمون بالإغراق في التفاصيل حتى ليقسمون الشعرة إلى أربعٍ، فهلاَّ تساءلت عن الأربعة التي ذكرت ما هي وما طبيعتها؟ هي ليست بالتأكيد رقماً بسيطاً ولا هي بالرقم الترتيبي. فهل هو عدد كمي وحدَتُه الشعرة؟ نعم ولا في آن معاً، لأن الشعرة ما هي إلا لفظةٌ اختيرت بسبب ما هو معروف عن الشعر من الدقة، وقد كان يمكن أن يقول القائل إن فلاناً من عشقه للتفاصيل يكاد يقسم «أي شيء» إلى أربع، ويبقى الرقم 4 مكانه، لا يدل على شيء في حد ذاته سوى على فعلٍ يتمثل في تقسيم الشيء، أياً كان، إلى أربع قطع لسنا ندري ما وحدتُها الحسابية، اللهم إلا إذا قلنا إن الوحدة هي «أي شيء»!

لا مناص من التسليم بأنك متى دخلتَ دروب الرياضيات لا تعود ترى العالم كما كنتَ تراه من قبل، ولا شك أنه من المسلي للذهن أن يكتشف المرء وراء تعبير بسيط تجري به الألسن مفهوماً رياضياً دقيقاً. وقد مررنا بهذا المفهوم دون أن نذكره، وذلك في الفصل السابق من هذا الكتاب، حين تحدثنا عن النظر في عملية الضرب 3x4 بحسبانها سلسلةً من عمليات الجمع. وفي الاتجاه نفسه فحين نتحدث عن «سباق التناوب 4x400» فإننا نقصد بالأربعمائة في كلامنا 400 متر، أي أننا نتحدث عن عدد كمي. وليس كذلك حال الرقم 4 هنا، إذ إنه لا يحيل على أي وحدة، بل هو تعبير عن عملية تكرار تجعل من 400 ما مقداره 400+400+400+400. أما أن ننظر إلى هذا الرقم بصفته عدداً للعدائين فإن ذلك سيطرح لنا مشكلة، لأن نتيجة العملية 4x400 هي 1600، أي مجمل المسافة التي يتم قطعها خلال السباق، وهي

بالأمتار فقط لا بالعدائين/الأمتار. والخلاصة أنه لا ينبغي أن نتأوَّل قولنا 4x400 بحسبانه حصيلة عادية لعملية ضرب بين عددين رقميين تختلف الوحدةُ التي تعبر عن أحدهما عن الوحدة التي تعبر عن الآخر. والمخرج من هذا هو ألا نعتبر 4 وحدها، وأن ننظر إلى 4x بصفتها كَماً واحداً غيرَ منفصل. حينها نقول في اللسان المصطلحي الرياضي إننا أمام **رمز رياضي خارجي**.

أما قانون التركيب (داخلياً كان مثل عملية الجمع أم خارجياً مثل عملية الضرب) فيحتاج إلى معطيين اثنين كي يستطيع إنتاج معطى ثالث، فإن الرمز الرياضي الخارجي (مثل 4x) لا يحتاج سوى إلى معطى واحد (مثل العدد الكمي «400 متر») لكي يُركِّب منه معطىً جديداً (العدد الكمي «1600 متر»).

والرمز الرياضي الخارجي لا يعمل دائماً على

شكل عملية ضرب، كما يتبين ذلك من لعبة المعركة الحربية الشهيرة، حيث يميزون الخطوطَ الرأسية عن نظيرتها الأفقية باستعمال الحروف من الألف إلى الميم للأولى والأرقام من 1 إلى 10 للثانية. والسؤال هو كالتالي: إذا رمى لاعب بقذيفة في المربع «ألف–1»، فما موقع الرقم 1 من الأمر؟ يمكن أن نتصور أنه مجرد رقم، بحكم أننا نستطيع أن نستبدل بالأرقام حروفا (وقد جعلوا حروفا في مقابل الأرقام لهدف واحد، هو التمييز بين الخطوط أفقيةً ورأسية). ونرى بالمناسبة كيف أن للبنية المنظمة أهميةً قصوى، إذ إنها هي التي تتيح تحديد مكان المربعات بكل سهولة ويُسر. بيد أننا لا نلبث أن نكتشف أن هناك نوعاً من الجمع له معنى، ذلك أنني إذا كنت أعلم أني إذْ قذفتُ الموقع «ألف–1» قد أصبتُ سفينةً طولها ثلاثةُ مربعات وهي في وضع أفقي، فلا شيء يمنعني من أن أضيف إلى 1 في «ألف–1» القيمةَ 3

التي تقابل حجم السفينة المعادية كي أبلغ طرفها الآخر، الذي يوجد بالضرورة في المربع «ألف–4». أما إذا كانت السفينة في وضع عمودي فيمكن «إضافة» القيمة 3 إلى الحرف «ألف» لكي أصبح في المربع «دال–1». عجباً!

إن مفهوم الرمز الرياضي الخارجي هو الكفيل بإيضاح كل هذا. فعملية «إضافة» 1 الذي في «ألف–1» إلى 3 التي تعبر عن طول السفينة الحربية المعادية تعني في الواقع تطبيق الرمز الرياضي الخارجي 3+ إلى القيمة 3. لكن حذار مع ذلك، فالرمز 3+ يمكنه أن يُطبَّق على القِيَم من 1 إلى 7 لكنه في ما وراء ذلك لا يعود له من معنى، إذ لا مربعات في ما وراء الرقم 10...

هناك من بين الرموز الرياضية الخارجية رمز بلغ من الشهرة ومن كثرة الاستعمال أن جعلوا له خطاً خاصاً يُعرف به، وأعني النسبة المئوية. نحن

نقول على سبيل المثال 47٪، ونقصد نتيجة قسمة 47 على 100، أي 0,47. ونستعمل أيضاً النسبة الألفية فنستعمل لها الرمز ‰، الذي يشتغل حسب المبدأ نفسِه. والرمزان ٪ و‰ يرتبطان من الناحية التصوُّرية بالرمزين الرياضيين الخارجيين المتمثلين في القسمة على 100 و1000. والنسبة المئوية غالباً ما تكون تعبيراً عن جزءٍ من كلٍّ، كقولك إن 47٪ من الناس يرون كذا وكذا. في هذه الحالة يكون لدينا دائماً نِسَبٌ مئوية تتراوح بين 0٪ و100٪، أي قِيَم تتراوح بين 0 و1 (بحكم أن 0٪ = 0/100 = 0، وأن 100٪ = 100/100=1). غير أن النسبة المئوية قد تُجاوز في حالات أخرى 100 بالمائة، وهو ما يقابل بكل بساطةٍ نتيجةَ قسمةٍ لا يمثل المقسوم فيها جزءاً من كلٍّ يمثله المقسومُ عليه. هذا ما يقع مثلاً عند الكلام على زيادة كبيرة في المبيعات في المواسم. وحين يطلب مدرب فريق رياضي من أعضاء الفريق

أن يقدموا 110٪ من استطاعتهم، فإنه يلعب على إمكانية هذا الاستعمال المزدوج للنسبة المئوية.

ومسألة 35 ساعة التي ذكرناها في الفصل السابق فيها خير مثال على الحضور الخفي أحياناً للنِّسَب في حياتنا اليومية. فأن تتحدث عن العمل 35 أسبوعياً معناه أن الأمر يتعلق بما قدره 35 ساعة من مجموع ساعات الأسبوع التي تبلغ 168 ساعة. ولما كان الأمر يتعلق بنسبة جزءٍ إلى كلٍّ فلا شك أننا أمام قيمة تتراوح بين 0 و1. ويصبح الأمر أكثر وضوحاً حين نقول «35 ساعة من مجموع 168 ساعة»، مما يفضي بنا إلى نسبةٍ مقدارها 168/35، أي 0,21 على وجه التقريب، وغني عن الذكر ألاّ يخاطر أحدٌ يوماً بالقول إن العاملين لا يشتغلون أكثر من 21 بالمائة من وقتهم، لأنها ليست بالفكرة الجيدة. ولذلك فعوضاً عن استعمال النسبة المئوية التي تقسِم على مائةٍ يفضِّلون استعمال النسبة «المائة وثمان وستينية»،

التي تَقسِم على 168، فيقولون «35 ساعة أسبوعيا».

إن قضية النِّسب مفهومٌ رياضي بالغ التعقيد لا يتسع مثل هذا الكتيِّب لبَسطِ القولِ فيه بسطاً مستفيضاً. غير أن النِّسب تتمتع لحسن الحظ بجانب حدسي يعفينا في غالب الأحيان من هذه التفصيلات الرياضية النظرية. ونحن نستعملها اليوم كثيراً في وسائل الإعلام، إلى حدٍّ يجعلنا نستعيض بها أحياناً عن البرهان. إنه سلاح فعال، خصوصاً حين نتذكر، كما يشير إلى ذلك جاك مايو Jacques Maillot (الرئيس المدير العام في الشركة السياحية العالمية: الحدود الجديدة Nouvelles Frontières) ساخراً، أن 90٪ من الناس يصدقون الجُمَل التي تشتمل على نِسَب مئوية...

في قلب العدد

يحكي عالم الفيزياء الأمريكي ريتشارد فاينمان Richard Feynman في سيرته الذاتية عن لقائه برجلٍ معجزةٍ في الحساب، يستطيع أن يُجري ذهنياً عملياتٍ حسابية في غاية التعقيد؛ لكن الرجل رغم تلك الموهبة المدهشة كان عاجزاً عن استيعاب أدنى مفهوم رياضي، وهو ما جعل فاينمان يكتب عنه قائلاً إنه رغم موهبته الخارقة في الحساب الذهني «يعرف التعامل مع الأرقام، لكنه يجهل ما العدد».

أين نحن يا تُرى من الأمر وقد بلغْنا مبلغَنا هذا من الحديث؟ لقد أحطنا في الفصول السابقة بمفهوم الرقم والعدد وكذا العدد الكمي، لكننا تحاشينا الحديث في صلب العدد ذاته. إن مفهوم العدد، على عكس المفاهيم التي مررْنا بها، مفهومٌ مجردٌ يستعصي على التمثيل، ليس من السهل أن نأتي له

بأمثلة من الواقع المعيش تبيِّن ماهيته.

تتمثل الطريقة الأولى في النظر إلى العدد في القول إنه في حقيقته عدد كميٌّ لا وحدة له، وهو كما نرى تعريفٌ يتناقض بعض الشيء مع ذاته، نظراً إلى ما قلناه سابقا في شأن الأعداد الكمية. هناك طريقة أخرى في النظر تتمثل في حُسبان الأعداد رموزاً رياضية خارجية (ومعلوم أن هذه لا وحدات لها)، غير أن هذا المنظور لا ينم عن قدْر كبير من الحدس وبعد النظر. وهناك طريقة ثالثة تتمثل في «إلباس» الأعداد لباس الأعداد الكمية، مثل ما كان يفعل اليونان بإلباسهم الأرقام وحداتٍ (هي بالمناسبة وحدات طول). لكن هذا اللباس يغير من وضع الأعداد من وجهة النظر الرياضية، كما رأينا حين الحديث عن مثال الضرب. فبينما يُعدُّ ضرب الأطوال في بعضها قانونا تركيبياً خارجياً (إذ يفضي ضرب الطول في الطول إلى مساحة)، فإن المطلوب

في الأعداد أن تكون عملية ضربها في بعضها قانونَ تركيبٍ داخلي (أي أن يفضي ضرب عدد في عدد إلى عدد ثالث لا إلى شيء آخر).

ولعل أفضل مثال يمكن أن تقدمه لنا الحياة اليومية في شأن «الأرقام» هو البرنامج التلفزيوني الفرنسي الذي لا يبلى أبدا، برنامج «أرقامٌ وحروف» الشهير. فالمتسابقان يطبِّقان العمليات الأربع على الأرقام من أجل بلوغ نتيجة معينة محددة سلفاً أو الاقتراب منها ما أمكن، ثم يتولى الحكم المقارنة بين النتيجتين ليحكم بأفضلية إحداهما على الأخرى، علما أن تلك القيم كلها مجردةٌ لا وحدات لها. إن هذه التي يسمونها «أرقاماً»، في عمليةِ تجريدٍ غايتُها اللعب، ربما تكون المثال الجاري الأصدق تعبيراً عن الأعداد الحقيقية.

لكن هل نحتاج بالفعل إلى تعريف الأعداد؟ ألم نَرَ كيف أننا في الصفحات السابقة استطعنا إرجاع

أمثلة كبيرة من الحياة اليومية إلى مفاهيمَ مثلِ الأطوالِ والأرقام، وهو ما يكفي في الحياة العادية ويزيد؟

إن المفاهيم التي تطرقنا إليها ها هنا بالحديث تكفي بالفعل لحل العديد من المسائل، بما فيها بعض المسائل الرياضية النظرية. ودليل ذلك أن الرياضيين لم يروا ضرورة للإسراع بإيجاد تعريف للعدد. فقد تَعَيَّنَ انتظار عام 1899، أي أكثر بكثير من ألفي عام بعد أقليدس، وأكثر من أربعة آلاف عام على أيام الكَتَبَةِ الأوائل في بلاد الرافدين، كي يصبح لأهل الرياضيات تعريف مقبول منطقياً لما يُسمى **الأعداد الطبيعية** (1، 2، 3، الخ، وهي الأرقام التي يُرمز إلى مجموعتها باسم المجموعة N)، وذلك بفضل بِناءٍ منطقي ندين به للإيطالي يوسيبي بيانو Giuseppe Peano، يتمثل في قائمةٍ من خمس مسلَّمات تؤسس بطريقة رياضية لا غبار عليها هذا المفهوم الذي كانت عناصره المتفرقة معروفةً منذ ما قبل التاريخ.

والمسلَّمةُ كما نعلم عبارة عن «مَطلَبٍ ذهني»، بمعنى أنها فكرة يجب التسليم بها دون مناقشة من أجل التقدم في الموضوع. وتقترح المسلمة الأولى من مسلمات بيانو الخمس اعتمادَ وجودِ **رقم طبيعي كاملٍ أولٍ**، هو الصفر. أما المسلمة الثانية فتعلن أنّ ما مِن عددٍ طبيعي كامل إلا ويليه عددٌ طبيعي كامل آخر. بذلك أصبح للصفر عدد يليه، سنختار له اسم 1، سيتطلب هو بدوره عدداً آخر يليه، سندعوه 2، وهكذا دواليك. أما المسلمة الثالثة فمقتضاها أن الصفر ليس تالياً لأي عدد، فلا عدد قبله، وأما المسلمة الرابعة فهي أن عددين طبيعيين مختلفين لا يمكن أن يكون تاليهما الرقمُ نفسه (مما يقي البِناءَ كلَّ احتباسٍ في ما لو قرر مخبولٌ مّا أن يجعل العدد 157 متبوعاً بالعدد 22 مثلاً...). وأما المسلمة الخامسة التي سنمر بها مَرَّ الكرام فهي ما يعرف باسم أداة التّواتر outil de récurrence، التي تتيح للرياضيين

أن يتناولوا بالتنظير المجموعة N بمجملها (علماً أنها لا منتهية)، كما تتيح تعريف عمليتيْ جمع وضرب الأعداد الطبيعية الكاملة.

وقد اقترح رياضيون آخرون خلال القرن العشرين تعريفات أخرى للأعداد، ليست أقل إغراقا في التجريد من سابقتها، يجمع بينها جميعاً أنْ لا واحد منها يُعَدُّ ضروريا في الحياة اليومية، مما يدفع إلى التساؤل عن الغاية التي يبتغيها الرياضيون من وراء أمثال هذه التعريفات.

حين نتحدث عن «خمس بقرات» أو «خمسة خراف» أو «خمسة جمال»، فإننا ندرك أن هذه الأشياء على اختلاف أنواعها وأحجامها وأصنافها يجمع بينها شيء مًا. هذا «الشيء» هو ما يجعلنا نتحدث عن «العدد 5»، وهو عبارة عن كائنٍ مجرَّدٍ أو معطى وصْفيٍّ ينطبق على كل مجموعة تتكون من عدد من العناصر يساوي عدد الأصابع التي في يدي

اليسرى. والإحاطة بهذه الكائنات، من «خمسة» و«اثنين» و«سبعة وستين» و«ستمائة وستة وستين» وغيرها من الكائنات، وبالعلاقات القائمة فيما بينها، معناه الإحاطة بجميع الخصائص التي تميِّز جميع الأعداد الكمية، أياً كانت وحداتها. بذلك يصبح قولُك إن «اثنين واثنين أربعة» بمثابة قاعدة نعلم بموجبها أن بقرتين وبقرتين أربع بقرات، وأن خروفين وخروفين أربعة خراف، وأن جَملين وجملين أربعة من الإبل (وأن الرمز الرياضي الخارجي «2+» والرمز الرياضي «2+» يساويان الرمز الرياضي «4+»)...

لا جدال في أن الناس لم ينتظروا مجيء السيد بيانو كي يعلموا أن أثنين واثنين هي أربعة، غير أن تعريف الأرقام تعريفا منفصلا عن كل سياق ليس بالأمر الذي يمكن التقليل من أهميته، وذلك لأسباب عقلية ولأسباب عملية أيضاً. فكما نعتبر

أن معرفة القانون العام الذي يحكم حركة الأشياء أفيَدُ من معرفة حركة جسم معين في وضعية معينة، كذلك لا جدال في أن امتلاك تَصَوُّرٍ عامٍّ عن الأعداد أجدى فائدةً من الاكتفاء بكمٍّ من الأشكال التحوُّلية العددية الجزئية. وقد بيَّنت التجربة على مرّ التاريخ أن من المجدي الانفصال عن الوضعيات العملية لفائدة مفاهيم أكثر تجريداً، والمجهود الذي يقتضيه ذلك غالباً ما يعود بمائة ضِعفه من النفع (وهاك ها هنا رمزاً رياضياً خارجياً آخر في قولنا «مائة ضعف»). واليوم فإن علم الجبر، أو علم الأعداد (الذي تهتم أوائل عناصره بمسائل كالقابلية للقسمة والعامل الأصغر المشترك وغير ذلك من عملياتٍ تتوخى تفكيك الأعداد إلى عناصر أولية)، يوجد في قلب الكثير من مظاهر حياتنا، وخصوصاً عبر الحواسيب التي ترى، مثلها في ذلك مثل الفيثاغورثيين في الماضي، أنْ «ما من شيءٍ إلا وهو

عددٌ». ولا شك أن الساخرين الذين كانوا في القرن السابع عشر يستهزئون بعالم الرياضيات بيير دي فيرما Pierre de Fermat إذ يرونه يجتهد في البرهنة على نتائج عمليات في الجبر لم يكن لها آنذاك أيُّ وجهٍ من وجوه الاستعمال التطبيقي، لعلهم كانوا سيخفِّفون من غلْواء سخريتهم لو علموا أن طرق التشفير الأكثر استعمالا في أيامنا هذه، والتي يلجأ إليها الناس آلاف المرات يومياً من أجل ضمان سرّية وأمان العمليات التجارية الإلكترونية والمعلوماتية، تعتمد في قسم كبير منها على علم الجبر.

ويبقى أن الأرقام، كالعنقاء، شيء نسمع به لكننا لا نراه، ولذلك يحق لنا منطقياً أن نشك في وجوده. ولا غرابة في الأمر، فإذا علمنا أن حبات الكرز والفراولة لا تصنع «سحرياً» بوجودها حقيقةَ اللون «الأحمر» في حد ذاته، فكيف يُطلَب منا أن نقبل دون تمحيصٍ بوجود شيء اسمه الرقم

5، بحجة أننا نجد بعض وجوه الشبه بين عدد أصابع اليد الواحدة وعدد القارات على سطح الأرض؟ هذا السؤال حول حقيقة وجود الأعداد يمثل في حقيقة الأمر جزءاً من نقاش أوسع حول وجود الأشياء الرياضية على وجه العموم. والرأي السائد بين الغالبية العظمى من أهل الشأن أن هذه الأشياء أو الكائنات موجودة في عالم يمكن أن نسميه «عالم الأفكار»، على غرار العالم الأفلاطوني المثالي. وعلى نقيض ذلك، يرى أصحاب الرأي المعاكس أن التَّمَاثُل في بنيات عقول البشر هو ما يجعل فكرة الأعداد (وبوجه أعمَّ علمَ الرياضيات) منتشرةً بين الناس في أرجاء المعمور ومفهومة لديهم. وهو نقاش واسع عريض لا تزال بعض العقول الكبيرة تدْلي بدلْوها فيه.

لكن، هل من المهم فعلا أن نعرف على وجه اليقين ما إذا كانت الأعداد موجودة فعلا أم غير

موجودة؟ لا جدال في أن الجواب بالإيجاب أجدى في نظر عالِم الرياضيات، تماماً كما يبدو من الطبيعي لدى مؤلِف رواية أن يتصور أن شخوص روايته أحياء، ولو على الأقل مدةَ كتابتِه الروايةَ. أما في ما عدا ذلك فلعل الاعتقاد بوجود الأرقام على وجه الحقيقة أمرٌ من قبيل الإيمان، ويكون التساؤل عن مشروعية هذا الوجود أقل أهمية وجدوىً من التساؤل كيف يستطيع هذا المفهومُ المجرد التعبيرَ بهذه الكفاءة عن أوجُهٍ من الواقع متعددة كل هذا التعدد، وهي أوجهٌ نتفنَّن في تبسيطها فنقول إنه يكفيك أن تتعلم ما الرقم كي تستطيع استعمالَ الهاتف والمقامرةَ بلعب اليانصيب، ويكفيك أن تعرف ما هي الأرقام التسلسلية كي تمارسَ التصنيفَ والترتيب، ويكفيك أن تدرك ما العدد الكمي كي تتعاطى التجارة والقياسات، ويكفيك أن تعرف ما النسبة المئوية كي تنجز الاستطلاعات.

ونضيف أن المرء يكفيه أن يعرف ما هي الأعداد كي يمارس الرياضيات...

هذا الكتاب

سؤال يبدو الجواب عليه من قبيل البديهيات؛ غير أن الإنسان تعلَّم منذ زمن أن الأشياء التي تبدو بديهية بسيطة غالباً ما تكون أبعد شيء عن البساطة. ذلك ما يؤكده كتاب بنوا ريتّو، الذي ينطلق بنا في رحلة شهية لذيذة نكتشف معه فيها جزءاً من تاريخ الأعداد، ونرى كيف تطور علم الأعداد أو علم الجبر إلى ما نراه عليه اليوم، منذ التصورات البدائية حتى أصبح علما قائم الذات على يد العرب، الذين أسلموه في نهاية العصور الوسطى إلى أوروبا كي تقود به النهضة العلمية الحديثة.

نحن نستعمل الأرقام والأعداد في حياتنا اليومية فلا يكاد يخلو منها جانب من تعاملاتنا، بدءاً من أبسط عمليات الحساب في البيع والشراء وانتهاء بأرقام الهوية المدنية أو البنكية التي تخص

كل فرد منا وتميزه عن غيره. ونحن بذلك نعتقد أننا نعرف الأرقام والأعداد والنِّسب والمساحات وغيرها، غير أن قليلاً من التأمل في الأمر سرعان ما يجعل الشك يتسرب إلى النفس. فحين تقول مثلاً إن الشيء الفلاني طوله خمسة عشر سنتيمترا، فالسنتيمتر معروف وهو طول تقيسه اليد والعين، لكن ما الخمسة عشر؟ أجل هو «شيء» نضعه أمام كمية معينة فيفضي بنا إلى خمس عشرة مرة تلك الكمية. لكن ما طبيعة هذا الشيء؟ هل هو كمية مثل الكمية التي نجعله أمام الوحدة منها فيجعل منها خمس عشرة وحدة، أم هل له وجود قائم الذات لكنه مختلف في طبيعته عن الكمية؟

ثم ما الجمع والطرح والضرب والقسمة؟ ما الذي يحدث بالذات حين نضرب اثنين في اثنين، وما حقيقة الأربعة التي نقول إنها نتيجة عملية الضرب؟ وهل يجوز أن نجمع بين الأشياء جميعاً،

أم هل ترى هناك حدودٌ تجعل شيئاً معيناً قابلاً لأن يُجمَع إلى شيء ثان لكنه لا يقبل أن يُجمع إلى ثالث؟ ثم هل نظامنا الحسابي فعال وكامل أم هل تراه يعاني من بعض الخلل؟ أنت تضرب على سبيل المثال طولاً من مترين في مثله فتحصل على مساحةٍ قدرها أربعة أمتار مربعة، ثم تضرب النتيجة في طول ثالث من مترين مثلاً فتحصل على ثمانية أمتار مكعبة. هذا واضح جلي؛ لكن ماذا لو ضربنا هذه الكمية المكعبة في طول جديد من مترين؟ ماذا ستكون النتيجة ونحن لا نتعامل سوى بثلاثة أبعاد في حياتنا اليومية؟

هذه من مجمل الأسئلة التي يطرحها الكتاب، فيأتي بجواب لبعضها ويترك بعضاً آخر مطروحاً ينتظر الجواب.

كتاب شيق سوف يعود على قارئِهِ بالفائدة والمتعة.

نبذة عن المؤلف:

بينوا ريتّو أستاذ باحث في مجال الرياضيات، وأستاذ محاضر بجامعة باريس الثالثة عشرة، حيث يشتغل في مختبر التحليل والهندسة والتطبيقات الرياضية. ويعمل بالأساس في البحث في مجال نظرية الأعداد والأنظمة الديناميكية. من أعماله المنشورة نذكر كتاب الأعداد الذي بين أيدينا، وكتاب «المصير المدهش للجذر الرباعي للعدد 2»، وكذا كتاب «الأعداد العجيبة».

نبذة عن المترجم:

عبد الهادي الإدريسي من مواليد 1957. وهو أستاذ للترجمة بالمدرسة العليا للأساتذة بتطوان، وعضو سابق في اللجنة المغربية الفرنسية المشتركة للتبريز في اللغة الفرنسية. وقد صدرت له مقالات وترجمات في مختلف فروع المعرفة باللغتين العربية والفرنسية. حائز على جائزة ابن خلدون - سنغور للترجمة (أبوظبي، 2008) عن ترجمة مشتركة لكتاب «العقل السياسي العربي» للمفكر المغربي محمد عابد الجابري. وهو يشتغل إلى اليوم في إطار مركز البحث العلمي CERCOS في تطوان، حيث يعمل الفريق على ترجمة أعمال الجابري إلى جانب أعمال أخرى.



ما العدد؟

كل فرد منا يتميز عن غيره. ونحن بذلك نعتقد أننا نعرف الأرقام والأعداد والنِّسب والمساحات وغيرها. غير أن قليلاً من التأمل في الأمر سرعان ما يجعل الشك يتسرب إلى النفس. فحين تقول مثلاً إن الشيء الفلاني طوله خمسة عشر سنتيمترا. فالسنتيمتر معروف وهو طول تقبسه اليد والعين. لكن ما الخمسة عشر؟ أجل هو «شيء» نضعه أمام كمية معينة فيفضي بنا إلى خمس عشرة مرة من تلك الكمية. لكن ما طبيعة هذا الشيء؟ هل هو كمية مثل الكمية التي نجعله أمام الوحدة منها فيجعل منها خمس عشرة وحدة. أم هل له وجود قائم الذات لكنه مختلف في طبيعته عن الكمية؟

كتاب شيق سوف يعود على قارئهِ بالفائدة والمتعة.



كلمة
KALIMA

9 789948 170419